OLYMPIC TIN HỌC SINH VIÊN PHENIKAA

Khối thi: Chuyên Tin

Thời gian làm bài: 180 phút

Ngày thi: 16/11/2025

Nơi thi: Trường Đại học Phenikaa

TỔNG QUAN ĐỀ THI

STT	Tên bài	Thời gian chạy	Giới hạn bộ nhớ	Điểm
1	Truy vấn trên xâu	2.0 giây	512MB	100
2	Cặp hoán đổi cân bằng	1.0 giây	512MB	100
3	Vận chuyển cốc	2.0 giây	512MB	100
4	Đường đi trên đồ thị đầy đủ	1.5 giây	512MB	100

Hãy lập trình giải các bài toán dưới đây:

Bài 1 (100 điểm) — Truy vấn trên xâu

Cho một xâu ký tự s gồm n ký tự, mỗi ký tự là chữ cái tiếng Anh thường (từ `a` đến `z`). Bạn cần xử lý q thao tác, mỗi thao tác thuộc một trong hai loại:

- `1 i c` — cập nhật: thay ký tự tại vị trí i trong xâu thành ký tự c, c là 1 ký tự tiếng Anh thường (từ a đến `z`).
- `2 l r` — truy vấn: đếm xem trong đoạn con $s[l..r]$ có bao nhiêu **ký tự khác nhau**.

Dữ liệu vào:

- Dòng đầu: hai số nguyên n, q.
- Dòng thứ hai: xâu ký tự s độ dài n.
- q dòng tiếp theo, mỗi dòng mô tả một thao tác theo một trong hai dạng ở trên.

Dữ liệu ra:

- Với mỗi truy vấn dạng `2 l r`, in ra một số nguyên duy nhất — số lượng ký tự khác nhau trong đoạn $s[l..r]$.

Ràng buộc:

$$1 \le n \le 5 * 10^5, \quad 1 \le q \le 10^5, \quad 1 \le l_i \le r_i \le n.$$

Ví dụ:

Input	Output
10 5 abacabaabc 2 1 10 1 3 z 2 1 3 1 10 a 2 7 10	3 3 2

Giải thích:

- Truy vấn 1: Từ $L = 1$ tới $R = 10$, có 3 ký tự khác nhau a, b, c.
- Truy vấn 2: Thay ký tự thứ 3 trong xâu từ a thành z. Xâu lúc này trở thành $abzcabaabc$.
- Truy vấn 3: Từ $L = 1$ tới $R = 3$, có 3 ký tự khác nhau a, b, z.
- Truy vấn 4: Thay ký tự thứ 10 trong xâu từ c thành a. Xâu lúc này trở thành $abzcabaaba$.
- Truy vấn 5: Từ $L = 7$ tới $R = 10$, có 2 ký tự khác nhau a, b.

Subtasks (3 phần, tổng 100 điểm)

Subtask	Điểm	Điều kiện
1	50	$1 \leq n, q \leq 1000$.
2	30	Không có thao tác cập nhật (tức không có truy vấn dạng `1 i c`).
3	20	$1 \leq n \leq 5 * 10^5$, $1 \leq q \leq 10^5$.

Bài 2 (100 điểm) — Cặp hoán đổi cân bằng

Cho dãy số tự nhiên gồm N phần tử được sắp xếp tăng dần:

$$A = (1, 2, 3, \ldots, N)$$

Ta được phép chọn **hai vị trí khác nhau** trong dãy và **đổi chỗ** hai phần tử tại đó.

Một phép đổi chỗ được gọi là **cân bằng** nếu sau khi đổi chỗ, có thể **chia dãy thành hai phần liên tiếp không rỗng** sao cho **tổng hai phần bằng nhau**.

Hãy xác định, với mỗi N, có bao nhiêu phép đổi chỗ cân bằng như vậy.

Dữ liệu vào:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên T — số lượng bộ test.
- Mỗi bộ test gồm một số nguyên N.

Dữ liệu ra:

- Với mỗi test, in ra một số nguyên duy nhất — số lượng phép đổi chỗ cân bằng.

Ràng buộc:

$$1 \le T \le 10^6, \quad 1 \le N \le 10^9.$$

Ví dụ:

Input	Output
2 3 5	2 0

Giải thích:

- Với $N = 3$, tồn tại 2 phép hoán đổi cân bằng: $(1, 3)$ và $(1, 2)$.
- Với $N = 5$, không tồn tại phép biến đổi.

Subtasks (3 phần, tổng 100 điểm)

Subtask	Điểm	Điều kiện
1	50	$1 \le N \le 10^3$, $1 \le T \le 10$.
2	30	$1 \le N \le 10^6$, $1 \le T \le 10$.
4	20	$1 \le N \le 10^9$, $1 \le T \le 10^6$.

Bài 3 (100 điểm) — Vận chuyển cốc

Bạn là giám đốc của công ty vận tải ở **thành phố 1**, và bạn cần vận chuyển **một lượng lớn cốc** đến **thành phố có số hiệu** n. Bạn chỉ có **một chiếc xe**, và trên mỗi con đường đều có **giới hạn tải trọng tối đa** mà xe có thể đi qua.

Bạn có đúng **24 giờ** để vận chuyển. Hãy tìm **số cốc tối đa** có thể được giao đến thành phố n.

Lưu ý quan trọng: Khi xe đến thành phố n, nó **không thể quay lại** thành phố 1.

Dữ liệu vào:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên n và m — số lượng thành phố và số lượng con đường hai chiều.
- m dòng tiếp theo, mỗi dòng mô tả một con đường gồm bốn số:

$$a_i,\ b_i,\ t_i,\ w_i$$

  trong đó:
  - a_i, b_i — hai đầu của con đường,
  - t_i — thời gian đi qua con đường (phút),
  - w_i — tải trọng tối đa mà xe được phép mang khi đi qua (gram).

Các điều kiện thêm:

- Không có hai con đường nối cùng một cặp thành phố.
- Mỗi cốc nặng **100 gram**.
- Xe trống nặng **3 tấn** (tức 3,000,000 gram).

Dữ liệu ra:

- In ra một số nguyên duy nhất — **số lượng cốc tối đa** có thể được chuyển đến thành phố n trong 24 giờ.

Ràng buộc:

$$2 \le n \le 500, \quad 0 \le m \le \frac{n(n-1)}{2}, \quad t_i \le 1440, \quad w_i \le 10^9.$$

Ví dụ:

Input	Output
3 3 1 2 10 3000220 2 3 20 3000201 1 3 1 3000099	2

Subtasks (4 phần, tổng 100 điểm)

Subtask	**Điểm**	**Điều kiện**
1	20	$2 \le n \le 30$, $0 \le m \le \frac{n(n-1)}{2}$, $w_i \le 10^9$, $t_i \le 1440$.
2	20	$2 \le n \le 100$, $m = n - 1$, $w_i \le 10^9$, $t_i \le 1440$.
3	30	$2 \le n \le 200$, $0 \le m \le 2000$, $w_i \le 10^9$, $t_i \le 1440$.
4	30	$2 \le n \le 500$, $0 \le m \le \frac{n(n-1)}{2}$, $w_i \le 10^9$, $t_i \le 1440$.

Bài 4 (100 điểm) — Đường đi trên đồ thị đầy đủ

Cho một đồ thị đầy đủ K_k gồm k đỉnh, đánh số từ 1 đến k. Ban đầu, một con kiến đứng ở đỉnh 1. Mỗi bước, nó phải di chuyển sang **một đỉnh khác** (không được đứng yên).

Sau đúng n bước, hãy xác định có bao nhiêu cách để con kiến **trở lại đỉnh** 1. Kết quả cần được tính theo **modulo** $10^9 + 7$.

Dữ liệu vào:

- Dòng đầu chứa số nguyên T — số bộ test.
- Mỗi bộ test gồm hai số nguyên n và k ($0 \le n \le 10^{18}$, $4 \le k \le 10^{18}$).

Dữ liệu ra:

- Với mỗi test, in ra một số nguyên duy nhất — số cách quay về đỉnh 1 sau n bước (mod $10^9 + 7$).

Ràng buộc:

$$1 \le T \le 10^6, \quad 0 \le n \le 10^{18}, \quad 4 \le k \le 10^{18}.$$

Ví dụ:

Input	Output
2 2 4 3 4	3 6

Giải thích:

- Truy vấn 1: Với $n = 2$, $k = 4$, tồn tại 3 đường đi $A_1 - A_2 - A_1$, $A_1 - A_3 - A_1$, $A_1 - A_4 - A_1$.
- Truy vấn 2: Với $n = 3$, $k = 4$, tồn tại 6 đường đi $A_1 - A_2 - A_3 - A_1$, $A_1 - A_2 - A_4 - A_1$, $A_1 - A_3 - A_2 - A_1$, $A_1 - A_3 - A_4 - A_1$, $A_1 - A_4 - A_2 - A_1$, $A_1 - A_4 - A_3 - A_1$.

Subtasks (5 phần, tổng 100 điểm)

Subtask	Điểm	Điều kiện
1	20	$0 \le n \le 10^6$, $k = 4$, $T = 1$.
2	20	$0 \le n \le 10^{18}$, $k = 4$, $1 \le T \le 10^5$.
3	20	$0 \le n \le 10^{18}$, $k = 4$, $1 \le T \le 10^6$.
4	20	$0 \le n \le 10^{18}$, $4 \le k \le 100$, $1 \le T \le 10$.
5	20	$0 \le n \le 10^{18}$, $4 \le k \le 10^{18}$, $1 \le T \le 10^6$.

— HẾT —